Fach Mathematik	Schriftliche Prüfung zur Feststellung der Hochschuleignung - Musterklausur	T und W

Von den vier Aufgaben sind **drei** vollständig zu bearbeiten.
Achten Sie auf vollständige, nachvollziehbare und ordentliche Darstellung bzw. Beschreibung von Lösungswegen und Lösungen. Verwenden Sie für die Lösungen das Klausurpapier. Das Konzeptpapier wird nicht bewertet. Schreiben Sie mit nicht-radierbaren Kugelschreiber oder Füller. Der Bleistift darf nur für Zeichnungen verwendet werden. Korrekturroller oder -marker sowie Tintenlöscher sind nicht erlaubt. Elektronische Hilfsmittel außer die untern angegebenen sind nicht erlaubt.
Notieren Sie auf allen Blättern Ihren Namen. Nummerieren Sie die Seiten Ihrer Lösung (auch die vom Millimeterpapier).

Bearbeitungszeit: 180 Minuten

Erlaubte Hilfsmittel: Lineal/Geodreieck, Wörterbuch (wird gestellt),
Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig, wird gestellt)

Aufgabe 1:

Gegeben ist die Kurvenschar $f_a(x) = axe^x - 2e^x$ mit $a \in \mathbb{R}, a \neq 0$.

a) Bestimmen Sie das Verhalten von $f_a(x)$ für $x \to \infty$ und $x \to -\infty$.

b) Untersuchen Sie $f_a(x)$ auf Nullstellen.

c) Bestimmen Sie die ersten drei Ableitungen von $f_a(x)$.

d) Untersuchen Sie $f_a(x)$ auf Extrempunkte und deren Art (Hoch- und Tiefpunkte).

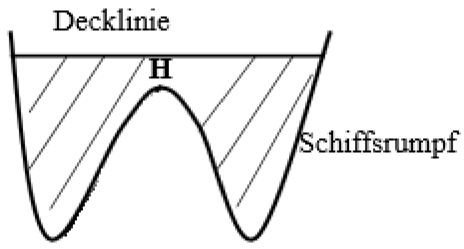
e) Sei $a \in \mathbb{R}$. Untersuchen Sie $f_a(x)$ auf Wendepunkte.

Kontrollergebnis Wendepunkt: $W(\frac{2-2a}{a} | -2ae^{\frac{2-2a}{a}})$

f) Bestimmen Sie die Gleichung der Wendetangente von $f_a(x)$.

g) Sei a = 1. Geben Sie $f_1(x)$ an. Geben Sie die Nullstellen, die Extrema und die Wendepunkte für $f_1(x)$ an. Erstellen Sie eine Wertetabelle für die ganzzahligen x-Werte und den Randbereich des Intervalls I = [-5; 2,5] von $f_1(x)$. Zeichnen Sie den Graphen $f_1(x)$ für das Intervall I anhand der Wertetabelle und den besonderen Punkten auf das Millimeterpapier. Kennzeichnen Sie die besonderen Punkte im Graphen.

Aufgabe 2:



grobe Skizze

Es wird ein neues Doppelrumpfschiff (Katamaran) geplant. Der mittlere Teil des Schiffsrumpfes wird im Querschnitt nach der Funktion $f(x) = 0{,}5x^4 - 1{,}6x^2$ hergestellt.

Die waagerechte Decklinie liegt in einer Höhe von 1 Einheit über dem Hochpunkt H.

a) Zeigen Sie, dass f(x) achsensymmetrisch zur y-Achse ist.

b) Bestimmen Sie, wie groß der senkrechte Abstand der Tiefpunkte von der Decklinie ist. Schreiben Sie einen Antwortsatz.

c) Bestimmen Sie die Länge der Decklinie. Schreiben Sie einen Antwortsatz.

d) Die Wertetabelle für f(x) ist vorgegeben:

<u>Wertetabelle von f(x):</u>

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0,5	1	1,5	2
y	1,6	-1,07	-1,1	-0,37	-0,37	-1,1	-1,07	1,6

  i. Bestimmen Sie die Nullstellen von f(x).

  ii. Geben Sie den Hochpunkt an. Zeichnen Sie den Graphen von f(x) anhand der bisherigen Ergebnisse und Werte zusammen mit der Decklinie in ein geeignetes Koordinatensystem auf Millimeterpapier. Kennzeichnen Sie die besonderen Punkte im Graphen.

e) Berechnen Sie die Fläche, die durch f(x) und die x-Achse eingeschlossen wird.

f) Berechnen Sie die gesamte Querschnittsfläche, die durch f(x) und der Decklinie eingeschlossen wird.

Aufgabe 3:

Eine ganzrationale Funktion f sechsten Grades ist achsensymmetrisch zur y-Achse. Die Funktion f besitzt an der Stelle x = 1 einen Tiefpunkt und schneidet die y-Achse im Punkt $P(0|0{,}5)$. Die Steigung f an der Stelle x = 0,5 beträgt $-\frac{9}{8}$. Das bestimmte Integral von f auf dem Intervall I = [-0,5; 0] hat den Wert $\frac{523}{2240}$.

a) Bestimmen Sie die Gleichung der Funktion f.
   Hinweis: Rundungen sind nicht erlaubt!

b) Eine Nullstelle von f(x) liegt bei $N_1(-\frac{1}{\sqrt{2}}|0)$. Bestimmen Sie alle Nullstellen von f(x).

c) Bestimmen Sie den Flächeninhalt, den die Funktion f mit der x-Achse einschließt.

Kontrollergebnisse: $f(x) = 2x^6 - 3x^4 + \frac{1}{2}$, $N_3(-\sqrt{\frac{1+\sqrt{3}}{2}}|0)$

Hinweis: Verwendete Informationen aus dem Kontrollergebnis gelten nicht als Lösungsnachweis! Sie sind nur für die folgenden Aufgaben, wenn man kein oder ein falsches Ergebnis erhalten hat, zu verwenden.

Aufgabe 4:

Gegeben sind die Ebenen E_1 und E_2.

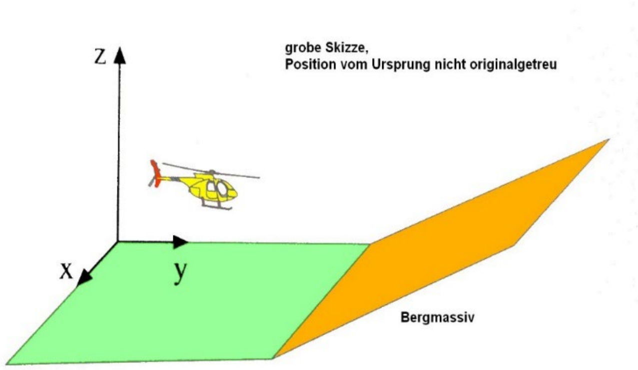
$$E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} + v \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix}, \ mit\ r, s, u, v \in \mathbb{R}$$

a) Bestimmen Sie eine Normalengleichung der Ebene E_1.

b) Bestimmen Sie eine Koordinatenform der Ebene E_1. Kennzeichnen Sie ihr Ergebnis.

c) Bestimmen Sie die Schnittgerade g von E_1 und E_2.

d) Ein Helikopter fliegt auf ein eben ansteigendes Bergmassiv zu, welches durch die Punkte A(-2|0|0) und B(0|-2|0) und C beschrieben wird.



i. Bestimmen Sie, ob durch die Punkte A, B und C entweder die Ebene E_1 oder E_2 beschrieben werden kann. Schreiben Sie einen Antwortsatz.

ii. Bestimmen Sie den Punkt C, der den z-Achsenabschnitt von der beschriebenen Ebene in Aufgabe 4 d) i. beschreibt.

iii. Zeichnen Sie das Schrägbild der bestimmten Ebene in Aufgabe 4 d) i. Kennzeichnen Sie dabei die verwendeten Punkte und schraffieren Sie den gezeichneten Ausschnitt der Ebene.

<u>Hinweis Schrägbild zeichnen:</u> Die drei Koordinatenachsen (x-Achse, y-Achse, z-Achse) stehen im Koordinatenursprung senkrecht aufeinander. Im Schrägbild wird die x-Achse allerdings unter einem Winkel von 135° zu den beiden anderen Achsen gezeichnet, um einen Raumeindruck entstehen zu lassen. Die Einheit auf der x-Achse wird mit dem Faktor $\frac{1}{\sqrt{2}}$ verkürzt, damit ein realer Eindruck entsteht. Für die y-Achse und die z-Achse wird ein cm als eine Längeneinheit gewählt.

e) Der Helikopter misst auf seinem Flug, dass er den Punkt P(2|-2|1) durchfliegt.

i. Bestimmen Sie, wie groß der Abstand zwischen dem gemessenen Flugpunkt P und dem Bergmassiv ist. Schreiben Sie einen Antwortsatz.

ii. Bestimmen Sie, ob die Messung von Punkt P richtig sein kann. Begründen Sie Ihre Aussage.