

| | | |
|----------------------------------|--|-------------|
| Fach Mathematik | Schriftliche Prüfung zur Feststellung der Hochschuleignung - Musterklausur - | T-OK |
|----------------------------------|--|-------------|

Von den vier Aufgaben sind **drei** vollständig zu bearbeiten.
 Achten Sie auf vollständige, nachvollziehbare und ordentliche Darstellung bzw. Beschreibung von Lösungswegen und Lösungen. Verwenden Sie für die Lösungen das Klausurpapier.

Bearbeitungszeit: 180 Minuten

Erlaubte Hilfsmittel: Formelsammlung, Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig), Lineal/Geodreieck

Aufgabe 1:

Gegeben ist die Kurvenschar $f_a(x) = ax e^x - 2 e^x$ mit $a > 0$.

- Bestimmen Sie das Verhalten von $f_a(x)$ für $x \rightarrow \infty$ und $x \rightarrow -\infty$.
- Bestimmen Sie die Nullstellen und die Wendepunkte von $f_a(x)$. Der einzige Tiefpunkt liegt bei $T\left(\frac{2-a}{a} \mid -ae^{\frac{2-a}{a}}\right)$.
 Kontrollergebnis Wendepunkt: $W\left(\frac{2-2a}{a} \mid -2ae^{\frac{2-2a}{a}}\right)$
- Bestimmen Sie die Gleichung der Wendetangente von $f_a(x)$.
- Erstellen Sie eine Wertetabelle für die ganzzahligen x -Werte und den Randbereich des Intervalls $I = [-5; 2,5]$ von f_1 . Zeichnen Sie den Graphen f_1 für das Intervall I auf Millimeterpapier. Kennzeichnen Sie die, in Aufgabe 1 b) bestimmten bzw. angegebenen, besonderen Punkte im Graphen.
- Bestimmen Sie die Extrema von $g_a(x) = ax e^x + 2 e^x$ mit $a \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 2:

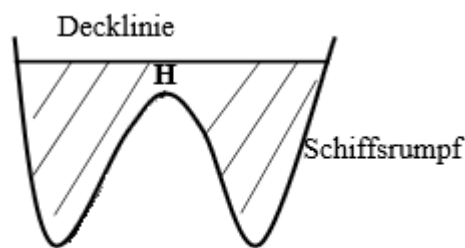
Es wird ein neues Doppelrumpfschiff (Katamaran) geplant. Der mittlere Teil des Schiffsrumpfes wird im Querschnitt nach der Funktion $f(x) = 0,5x^4 - 1,6x^2$ hergestellt.

Die waagerechte Decklinie liegt in einer Höhe von 1 Einheit über dem Hochpunkt H.

- Zeigen Sie, dass $f(x)$ achsensymmetrisch ist.
- Wie groß ist der senkrechte Abstand der Tiefpunkte von der Decklinie? Wie lang ist die Decklinie?
- Die Wertetabelle für $f(x)$ ist vorgegeben:

Wertetabelle von $f(x)$:

| | | | | | | | | |
|---|-----|-------|------|-------|-------|------|-------|-----|
| x | -2 | -1,5 | -1 | -0,5 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 |
| y | 1,6 | -1,07 | -1,1 | -0,37 | -0,37 | -1,1 | -1,07 | 1,6 |



grobe Skizze

Berechnen Sie die Nullstellen von $f(x)$. Zeichnen Sie den Graphen von f anhand der bisherigen Ergebnisse und Werte zusammen mit der Decklinie in ein geeignetes Koordinatensystem auf Millimeterpapier.

- Berechnen Sie die Fläche, die durch $f(x)$ und der x -Achse eingeschlossen wird.
- Berechnen Sie die gesamte Querschnittsfläche, die durch $f(x)$ und der Decklinie eingeschlossen wird.

Aufgabe 3:

Eine ganzrationale Funktion f sechsten Grades ist achsensymmetrisch zur y -Achse. Die Funktion f besitzt an der Stelle $x = 1$ einen Tiefpunkt und schneidet die y -Achse im Punkt $P\left(0 \mid \frac{1}{2}\right)$. Die Steigung f an der Stelle $x = 0,5$ beträgt $-\frac{9}{8}$. Das bestimmte Integral von f auf dem Intervall $I = [-0,5; 0]$ hat den Wert $\frac{523}{2240}$.

- Bestimmen Sie die Gleichung der Funktion f .
- Eine Nullstelle von $f(x)$ liegt bei $N_1\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \mid 0\right)$. Bestimmen Sie alle Nullstellen von $f(x)$.
- Bestimmen Sie den Flächeninhalt, den die Funktion f mit der x -Achse einschließt.

Kontrollergebnisse: $f(x) = 2x^6 - 3x^4 + \frac{1}{2}$, $N_3\left(-\sqrt{\frac{1+\sqrt{3}}{2}} \mid 0\right)$

Aufgabe 4:

Gegeben sind die Ebenen $E_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $E_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} + v \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix}$

mit $r, s, u, v \in \mathbb{R}$.

- Bestimmen Sie die Normalengleichung und die Koordinatenform der Ebene E_1 . Kennzeichnen Sie, welches Ihrer Ergebnisse welche Form der Ebenendarstellung ist.

Kontrollergebnis: $E_1: -x - y + z = 2$

- Bestimmen Sie die Schnittgerade g von E_1 und E_2 .

- Ein Helikopter fliegt auf ein eben ansteigendes Bergmassiv zu, welches durch die Punkte $A(-2|0|0)$ und $B(0|-2|0)$ und C beschrieben wird.

Wird durch die Punkte A , B und C die Ebene E_1 oder E_2 beschrieben?

Bestimmen Sie den Punkt C , der den z -Achsenabschnitt von der Ebene beschreibt.

Zeichnen Sie das Schrägbild der Ebene.

Kennzeichnen Sie dabei die verwendeten Punkte und schraffieren Sie den gezeichneten Ausschnitt der Ebene.

- Der Helikopter misst auf seinem Flug, dass er den Punkt $P(2|-2|4)$ durchfliegt. Wie groß ist der Abstand zwischen dem gemessenen Flugpunkt P und dem Bergmassiv? Kann die Messung von Punkt P richtig sein?

